

CORSO DI OTTIMIZZAZIONE COMBINATORIA  
 PROVA SCRITTA DEL 6 FEBBRAIO 2023  
 Tempo a disposizione: ore 1:45.

Si ricorda che:

- Per quanto possibile, occorre scrivere in bella calligrafia (il testo illeggibile non verrà preso in considerazione).
- Su tutti i fogli che vi abbiamo consegnato occorre riportare cognome, nome e numero di matricola.
- Occorre riportare in modo chiaro tutti i passi che portano alla determinazione del risultato.
- Il numero dell'esercizio che si sta svolgendo va sempre riportato in modo chiaro.
- Non è consentita la consultazione di appunti, libri, etc.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici, telefoni cellulari, etc.
- Non è concesso chiedere alcunché ai docenti e agli altri studenti.
- Occorre consegnare anche la brutta copia ai docenti.

**Esercizio 1.** (Punti 9)

Un'azienda alimentare decide di lanciare sul mercato un nuovo energy drink e deve decidere la composizione del nuovo prodotto, ogni chilogrammo del quale sarà ottenuto semplicemente mescolando, in certe proporzioni, alcuni degli  $n$  prodotti chimici che l'azienda acquista sul mercato (ad esempio acqua, zucchero, acido citrico, etc.). Un chilo di ciascuno prodotto  $i$  ha un prezzo pari a  $p_i$  euro, una quantità di calorie pari a  $k_i$  e una quantità di grassi pari a  $g_i$  grammi. Obiettivo dell'azienda è quello di decidere le percentuali di ciascun prodotto in modo da minimizzare il costo di acquisto degli ingredienti, allo stesso tempo mantenendo il numero di calorie di un chilo di energy drink compreso tra 200 e 400 e la relativa quantità di grassi inferiore a 20 grammi.

**Esercizio 2.** (Punti 8)

Si risolva il seguente problema di programmazione lineare attraverso l'algoritmo del simplesso. Si parta dalla base ammissibile corrispondente ai vincoli della colonna di sinistra.

$$\min x + 2y$$

$$x \leq 2$$

$$y \geq x - 1$$

$$y \leq x + 2$$

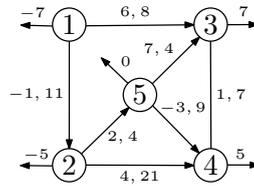
$$y \leq 2$$

$$y \leq x + 1$$

$$y \geq x - 2$$

**Esercizio 3.** (Punti 8)

Si risolva il seguente problema di flusso di costo minimo tramite l'algoritmo basato sulla cancellazione dei cicli. Si indichino in modo preciso il valore ottimo e la soluzione ottima.



**Esercizio 4.** (Punti 5)

Si consideri la seguente variazione sul tema dell'Esercizio 1. Occorre anche tener conto del fatto che ogni prodotto  $i$  ha un pH pari a  $h_i$  e che occorre garantire che vi siano al più 4 prodotti *tra quelli utilizzati in qualunque proporzione nel nuovo prodotto* con un pH inferiore a 5.

## TRACCIA A

### 1. VARIABILI

$x_i$  = "GRAMMI DEL PRODOTTO  $i$  PER CHILO DI ENERGY DRINK"

FUNZIONE OBIETTIVO

$$\min z = \sum_{i=1}^n x_i \cdot \frac{p_i}{1000}$$

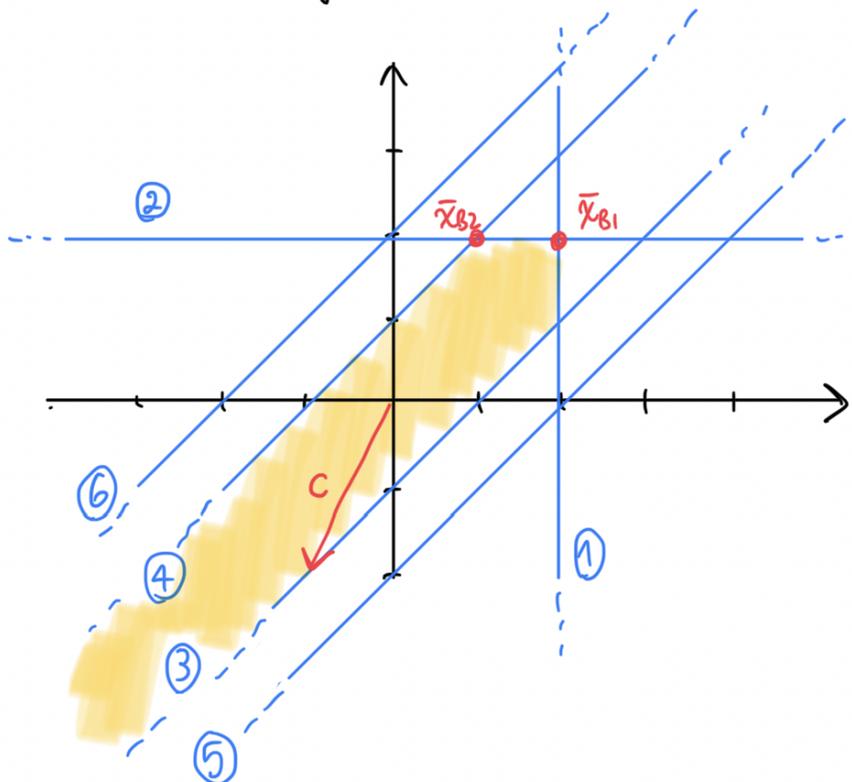
VINCOLI

$$\sum x_i = 4000 \quad x_i \geq 0$$

$$200 \leq \sum x_i \cdot \frac{K_i}{1000} \leq 400$$

$$\sum x_i \cdot \frac{g_i}{1000} \leq 20$$

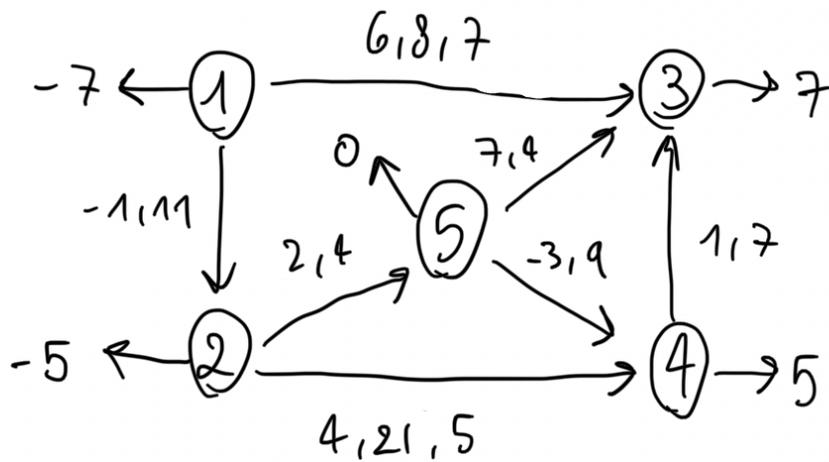
2. La regione ammissibile ha la forma seguente:



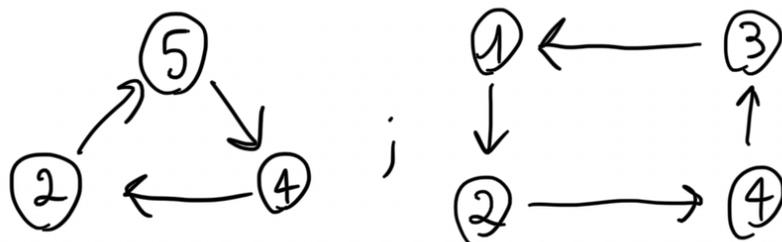
È evidente che i vincoli ⑤ e ⑥ sono ridondanti e possono essere ignorati.

Alla seconda iterazione il problema risulta illimitato nella direzione  $\xi = (-1, -1)^T$

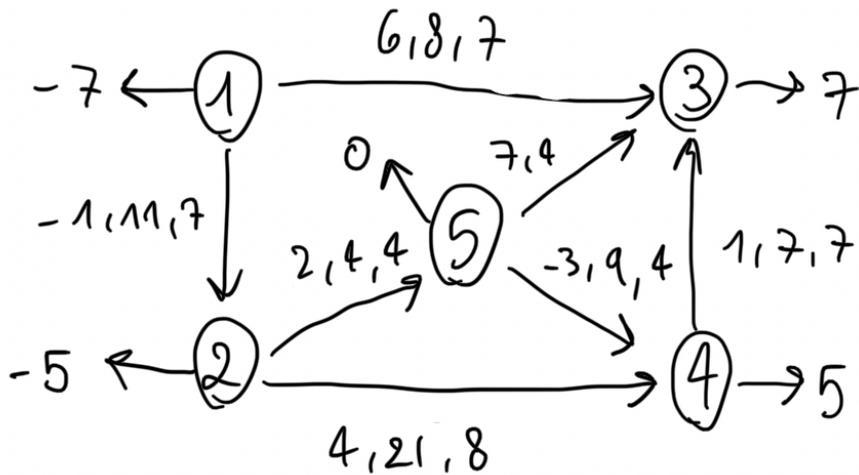
3. Si ottenga attraverso EK il seguente flusso ammissibile



Il grafo residuo presenta i cicli di costo negativo



Dopo l'eliminazione dei quali otteniamo la soluzione ottima:



Di costo (valore ottimo):

$$-1 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 2 \cdot 4 - 3 \cdot 4 + 7 = 28$$

#### 4. NUOVE VARIABILI

$y_i = \begin{cases} 1 & \text{IL PRODOTTO } i \text{ È UTILIZZATO} \\ 0 & \end{cases}$

PARAMETRI

SIA  $I$  L'INSIEME DEI PRODOTTI CON  
PH INFERIORE A 5

VINCOLI

$$1000 y_i \geq x_i \quad \leftarrow \text{QUANDO } i \text{ È UTILIZZATO, ALLORA } y_i \text{ DEVE ESSERE } 1$$