Corso di Ottimizzazione Combinatoria
Prova scritta del 6 Giugno 2022
Tempo a disposizione: ore 1:30.

Si ricorda che:

- Per quanto possibile, occorre scrivere in bella calligrafia (il testo illeggibile non verrà preso in considerazione).
- Su tutti i fogli che vi abbiamo consegnato occorre riportare cognome, nome e numero di matricola.
- Occorre riportare in modo chiaro tutti i passi che portano alla determinazione del risultato.
- Il numero dell'esercizio che si sta svolgendo va sempre riportato in modo chiaro.
- Non è consentita la consultazione di appunti, libri, etc.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici, telefoni cellulari, etc.
- Non è concesso chiedere alcunché ai docenti e agli altri studenti.
- Occorre consegnare anche la brutta copia ai docenti.

Esercizio 1. *(Punti 9)*
Un'azienda informatica è presente alla fiera dell'Informatica di Hong Kong e al termine della settimana raccoglie i nominativi di un totale di n clienti potenzialmente interessanti per l'azienda, chiamiamoli $1, \ldots, n$. L'azienda vorrebbe poi invitare ad una cena, a sue spese, alcuni di questi clienti. Da un lato vorrebbe che il massimo numero possibile di tali clienti potessero partecipare alla cena. Dall'altro, però, vorrebbe evitare che clienti tra loro in competizione partecipassero *entrambi* alla cena, una situazione che potrebbe essere piuttosto imbarazzante. L'azienda formula quindi una lista L di m coppie nella forma (i, j) dove $1 \leq i, j \leq n$. Ciascuna di tali coppie testimonia il fatto che i clienti i e j sono in competizione tra di loro. Si formuli in PLI il problema di determinare una lista di invitati di cardinalità massima.

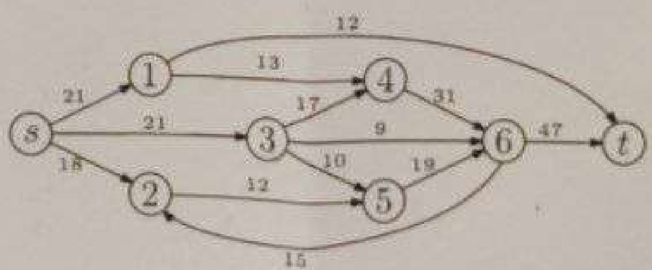
Esercizio 2. *(Punti 8)*
Si risolva il seguente problema di programmazione lineare attraverso l'algoritmo del simplesso.

$$\min -x - y$$

$$\begin{array}{ll} x \geq 0 & \qquad 2x + y \leq 4 \\ y \geq 0 & \qquad 2y + x \leq 4 \end{array}$$

Si parta dalla base ammissibile corrispondente ai vincoli della prima colonna.

Esercizio 3. *(Punti 8)*
Si risolva il seguente problema di flusso massimo tramite l'algoritmo di Edmonds-Karp. Si determini altresì un taglio di capacità minima.



Esercizio 4. *(Punti 5)*
Dato un grafo orientato $G = (V, A)$, una *copertura* di G è un sottoinsieme W dell'insieme dei nodi $V = \{1, \ldots, n\}$ tale che ogni arco (i, j) in A sia tale per cui $i \in W$ oppure $j \in W$. Si formuli il problema di determinare una copertura di cardinalità minima in G come un problema PLI.