Appelli di UGO DAL LAGO

Iniziato	Tuesday, 21 December 2021, 09:08
Stato	Completato
Terminato	Tuesday, 21 December 2021, 10:23
Tempo impiegato	1 ora 14 min.

Domanda **1**
Completo
Punteggio max.: 10,00
Contrassegna domanda

Una grande azienda informatica deve acquistare dei regali di Natale per i suoi m clienti $1, \ldots, m$. Per farlo deve scegliere per ciascun cliente un regalo dal catalogo di un grossista, che include n regali $1, \ldots, n$. Ciascun regalo $i \in \{1, \ldots, n\}$ ha un costo pari a c_i. Allo scopo di fare la scelta migliore, l'azienda incarica la sua direzione commerciale di determinare, per ogni cliente $j \in \{1, \ldots, m\}$ e per ogni prodotto $i \in \{1, \ldots, n\}$, un numero q_{ij} compreso tra 1 e 20 che misuri quanto il cliente j possa potenzialmente gradire il regalo i, dove $\mathbf{1}$ indica il mimino gradimento, mentre 20 indica il gradimento massimo. Obiettivo dell'azienda è quello di minimizzare il costo complessivo dei regali acquistati, con il vincolo di tenere la somma dei gradimenti attesi per i regali scelti al di sopra della soglia di $10m$. Si formuli il problema nel modello PLI.

```
"al di sopra della soglia" è da intendersi in senso NON stretto!
VARIABILI
\forall i \in {1..n}, j \in {1..m} x_ij \in Z | x_ij = 1 se compro il regalo i per il cliente j, 0 altrimenti
OBIETTIVO
min sum{i in 1..n, j in 1..m}(c_i * x_ij)
VINCOLI
-logicità: \forall i \in {1..n}, j \in {1..m} 0 <= x_ij <= 1
-semiassegnamento: \forall j \in {1..m} sum{i in 1..n} x_ij = 1
-vincolo sui gradimenti: sum{i in 1..n, j in 1..m} q_ij * x_ij >= 10m
```

Domanda **2**
Completo
Punteggio max.: 8,00
Contrassegna domanda

Si risolva il seguente problema di programmazione lineare attraverso l'algoritmo del simplesso.

$$\max 4x$$

$$x \geq 2y \qquad y \geq -x$$

$$y + 3 \geq 0 \qquad 1 \geq y$$

Si parta dalla base ammissibile corrispondente ai vincoli della prima riga.

```
Riscrivo il problema:
max 4x +0y (max x avrebbe avuto le stesse soluzioni ottime primali!)
-x +2y <= 0
-x -y <= 0
0x -y <= 3
0x +y <= 1
B = {1, 2}
ITERAZIONE 0
x_B = [0, 0]
y_B = [-4/3, -8/3]
h = 1
\xi = [1/3, -1/3]
A_N \xi = [1/3, -1/3]
k = 3 (unico candidato)
B = {2, 3}
ITERAZIONE 1
x_B = [3, -3]
y_B = [-4, 4]
h = 2
\xi = [1, 0]
A_N \xi = [-1, 0] <=0
Siccome A_N \xi <= 0, termino restituendo \xi (problema illimitato): se ci spostiamo verso destra su y = -3, troveremo soluzioni via via migliori senza fermarci mai.
```

Domanda **3**

Completo

Punteggio max.: 8,00

Contrassegna domanda

Si trovi l'accoppiamento di massima cardinalità per il seguente grafo.

Si scrivano nella casella di testo i passaggi essenziali dell'esecuzione dell'algoritmo.

Parto dall'accoppiamento vuoto. M = {}

Cerco cammini di almeno un arco che abbiano estremi esposti e "aumento" l'accoppiamento di conseguenza (+ indica un arco concorde che mi porta quindi ad aggiungere una coppia, - un arco discorde che mi porta quindi a rimuoverla).

Aumento tramite: 1+A

M = {(1, A)}

Aumento tramite: 2+D

M = {(1, A), (2, D)}

Aumento tramite: 3+B

M = {(1, A), (2, D), (3, B)}

(Da 4 non trovo nessun cammino valido.)

Aumento tramite: 5+C

Con {(1, A), (2, D), (3, B), (5, C)} è evidente che io abbia già raggiunto un accoppiamento di massima cardinalità da D a O, perché non ho più nodi esposti in O.

Commento:
I cammini che cerca devono essere alternanti tra archi esterni e archi interni.

Domanda **4**

Completo

Punteggio max.: 4,00

Contrassegna domanda

Nell'ambito della situazione delineata nel testo dell'Esercizio 1, si supponga che l'azienda si renda conto della necessità di garantire che lo stesso regalo non venga assegnato a troppi clienti diversi (in questo modo evitando situazioni imbarazzanti). Più nello specifico, l'azienda vorrebbe fare in modo che lo stesso regalo venga assegnato ad al più una percentuale p dei clienti. (Ad esempio, se i clienti fossero 200 e p fosse pari a 5, vorremmo fare in modo che al più 10 clienti ricevano lo stesso regalo). Come potremmo modificare il modello PLI in modo da riflettere questa necessità?

(Copia e incolla del testo dell'es 1:
Una grande azienda informatica deve acquistare dei regali di Natale per i suoi m clienti 1,...,m. Per farlo deve scegliere per ciascun cliente un regalo dal catalogo di un grossista, che include n regali 1,...,n. Ciascun regalo i∈{1,...,n} ha un costo pari a ci. Allo scopo di fare la scelta migliore, l'azienda incarica la sua direzione commerciale di determinare, per ogni cliente j∈{1,...,m} e per ogni prodotto i∈{1,...,n}, un numero qij compreso tra 1 e 20 che misuri quanto il cliente j possa potenzialmente gradire il regalo i, dove 1 indica il mimino gradimento, mentre 20 indica il gradimento massimo. Obiettivo dell'azienda è quello di minimizzare il costo complessivo dei regali acquistati, con il vincolo di tenere la somma dei gradimenti attesi per i regali scelti al di sopra della soglia di 10m. Si formuli il problema nel modello PLI.)

Aggiungendo nuovi vincoli:
\forall i \in {1, .., n} sum{j in 1..m} x_ij <= p * m / 100