

Si ricorda che:

- Per quanto possibile, occorre scrivere in bella calligrafia (il testo illeggibile non verrà preso in considerazione).
- Su tutti i fogli che vi abbiamo consegnato occorre riportare cognome, nome e numero di matricola.
- Occorre riportare in modo chiaro tutti i passi che portano alla determinazione del risultato.
- Il numero dell'esercizio che si sta svolgendo va sempre riportato in modo chiaro.
- Non è consentita la consultazione di appunti, libri, etc.
- Non è consentito l'uso di calcolatrici, telefoni cellulari, etc.
- Non è concesso chiedere alcunché ai docenti e agli altri studenti.
- Occorre consegnare anche la brutta copia ai docenti.

**Esercizio 1.** (Punti 8)

Dopo una laurea a pieni voti diventi direttore del personale di una multinazionale informatica che ti affida il compito di reclutare dei programmatori da impiegare in un nuovo progetto. Nel progetto si utilizzano  $n$  linguaggi di programmazione, che chiamiamo  $1, \dots, n$ . I candidati che rispondono all'annuncio sono  $m$ . Ciascun candidato  $j \in \{1, \dots, m\}$  dichiara di saper programmare nei linguaggi del sottoinsieme  $d_j \subseteq \{1, \dots, n\}$  e di conoscere bene i linguaggi in  $b_j \subseteq d_j$ . Obiettivo dell'azienda è quello di minimizzare i costi, ossia di assumere il numero di programmatori minore possibile. Contemporaneamente, occorre garantire che l'azienda abbia a disposizione, per ogni linguaggio  $j$ , almeno 5 programmatori che sappiano programmare in  $j$  e almeno 3 programmatori che conoscano bene  $j$ .

**Esercizio 2.** (Punti 4, la risposta occupi al massimo 15 righe)

Si enunci e si dimostri il teorema debole di dualità.

**Esercizio 3.** (Punti 6)

L'orario ferroviario di un certo paese può essere visto, semplificando molto, come specificato tramite  $n$  stazioni  $1, \dots, n$  e tramite i treni che collegano tra loro tali stazioni. Più nello specifico, per ogni coppia di stazioni  $(i, j)$  esistono  $m_{ij}$  treni che ogni giorno collegano  $i$  a  $j$ . Gli orari di partenza di tali treni sono specificati tramite la seguente lista di ore:

$$p_{ij}^1, \dots, p_{ij}^{m_{ij}}.$$

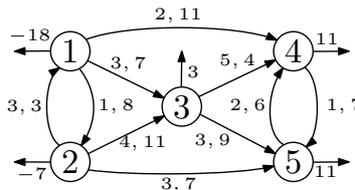
Similmente, gli orari di partenza di tali treni sono specificati tramite la seguente lista di ore:

$$a_{ij}^1, \dots, a_{ij}^{m_{ij}}.$$

Si scriva un programma lineare che permetta di determinare il modo più rapido per raggiungere una certa stazione  $h$  a partire da una certa stazione  $k$ , non necessariamente tramite un solo treno. Si supponga che il tempo di coincidenza possa essere arbitrariamente piccolo, purché non negativo.

**Esercizio 4.** (Punti 8)

Si risolva il seguente problema MCF tramite l'algoritmo di cancellazione dei cicli.



**Esercizio 5.** (Punti 4, la risposta occupi al massimo 10 righe)

Si discuta brevemente della *complessità* dell'Algoritmo del Simpleso Primal.