

Ottimizzazione Combinatoria

Corso di Laurea in Informatica

Introduzione al Corso

Ugo Dal Lago



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Inria
informatiques mathématiques

Anno Accademico 2021-2022

Questo Corso

- ▶ Questo è un corso pensato per gli studenti del secondo anno della **Laurea Triennale in Informatica**.
 - ▶ Può anche essere seguito da studenti di Matematica e Fisica che abbiano i prerequisiti descritti di seguito.
- ▶ Il **carico di lavoro** complessivo è di 6 ECTS, che corrispondono a circa 40 ore di lezioni frontali.
 - ▶ Le **esercitazioni** non sono formalmente previste, ma alcune lezioni frontali saranno dedicate alla risoluzione di esercizi, della stessa difficoltà di quelli previsti per la prova scritta.

- ▶ **Quattro ore** di lezione a settimana.
 - ▶ Il martedì, dalle 11.00 alle 13.00.
 - ▶ Il mercoledì, dalle 9.00 alle 11.00.
- ▶ Il **ricevimento studenti** non ha un orario prefissato.
 - ▶ Previo appuntamento via email (ugo.dallago@unibo.it).
- ▶ Se avete **dubbi** sui contenuti del corso, potete anche inviarmi una mail.
- ▶ Vi invito a fare tutte le **domande** che volete durante la lezione, ma anche offline.

Modalità d'Esame — I

- ▶ L'esame consiste in una **prova scritta**, non in itinere, seguita da una **prova orale**.
 - ▶ È estremamente probabile che prova scritta e prova orale, almeno nella sessione invernale, siano *solo* online.
- ▶ La prova scritta e la prova orale devono essere sostenute nello **stesso appello** d'esame.
- ▶ Spesso, il docente può proporre allo studente la registrazione del voto dello scritto **senza la necessità** di svolgere la prova orale. Ovviamente lo studente può in tal caso chiedere di sostenere comunque la prova orale.
- ▶ Il **mancato superamento** della prova scritta o della prova orale dà luogo comunque alla registrazione.

Modalità d'Esame — II

- ▶ La **prova scritta** consiste in un certo numero di semplici esercizi, più qualche domanda.
- ▶ Porrò la massima attenzione nel rendere le prove **diverse** le une dalle altre.
 - ▶ Si studia il **corso**, non si studia **come superare l'esame**.
 - ▶ Di anno in anno, i contenuti del corso possono **cambiare**, quindi prendete le prove degli anni precedenti *cum grano salis*.
- ▶ Nella **prova orale**, l'enfasi si sposta un po' verso la teoria: ci saranno più domande di teoria e meno esercizi.

Contenuti del Corso

- ▶ Questo è un corso introduttivo sull'**ottimizzazione combinatoria** e la **ricerca operativa**.
- ▶ Più nello specifico, il corso è suddiviso in tre parti:
 1. Una parte introduttiva, in cui si studia la terminologia di base, e si danno tecniche per la **modellizzazione** dei problemi concreti.
 2. Si studieranno poi i principali problemi e algoritmi per la risoluzione di problemi di **flusso** su reti.
 3. Infine, si studierà in dettaglio l'algoritmica di uno dei problemi di ottimizzazione più importanti, ossia la **programmazione lineare** (nelle sue due varianti).
- ▶ Se il tempo lo permette, parleremo anche di uno **specifico software** per la risoluzione di problemi di ottimizzazione, imparando ad usarlo e studiandone l'architettura.

Prerequisiti

- ▶ Fondamentale per affrontare questo corso è una conoscenza delle nozioni di base dell'**algoritmica** e dell'**algebra lineare**.
 - ▶ Sconsiglio quindi a tutti voi di seguire questo corso senza aver seguito (anche se non superato) i corsi:
 - ▶ **Algoritmi e Strutture Dati**;
 - ▶ **Algebra e Geometria**.
- ▶ Occorre, ad esempio:
 - ▶ Sapere cos'è un *algoritmo*, come si misura la *complessità* di un algoritmo, cos'è un *grafo*, come si risolvono i più semplici problemi combinatorici sui grafi (*visita, cammini minimi*);
 - ▶ Sapere cosa sono i *vettori* e le *matrici*, cosa sia un *sistema di (dis)equazioni lineari*, quando due vettori si dicono *linearmente (in)dipendenti*.
 - ▶ ...

Libri di Testo e Materiale Didattico

- ▶ La pagina web del corso è accessibile a partire da

`http://virtuale.unibo.it`

A partire da essa trovate:

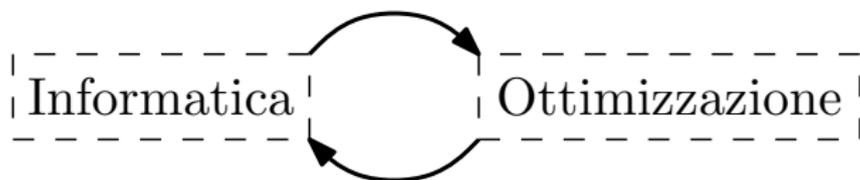
- ▶ Il syllabus del corso;
 - ▶ Alcuni riferimenti bibliografici;
 - ▶ le prove scritte degli anni passati.
- ▶ Durante il corso, seguirò abbastanza fedelmente le note di un corso simile a questo che alcuni colleghi svolgono presso l'Università di Pisa.
 - ▶ Le note sono liberamente scaricabili, e comunque accessibili dalla pagina web di **questo** corso.
 - ▶ Sono disponibili delle **trasparenze**, non necessariamente per tutte le parti del corso.
 - ▶ Sicuramente non per le esercitazioni.

Perché questo corso?

- ▶ La teoria dell'ottimizzazione offre tutta una serie di **metodologie** di supporto alle **decisioni**.
 - ▶ Tali decisioni possono avere natura **quantitativa**, ma anche **qualitativa**.
- ▶ Di conseguenza, l'ottimizzazione combinatoria è un utilissimo strumento per l'informatico, che si trova molto spesso a dover prendere decisioni.

Perché questo corso?

- ▶ La teoria dell'ottimizzazione offre tutta una serie di **metodologie** di supporto alle **decisioni**.
 - ▶ Tali decisioni possono avere natura **quantitativa**, ma anche **qualitativa**.
- ▶ Di conseguenza, l'ottimizzazione combinatoria è un utilissimo strumento per l'informatico, che si trova molto spesso a dover prendere decisioni.
- ▶ I problemi di cui si occupa l'ottimizzazione sono in genere complessi. Di conseguenza è naturale cercare dei meccanismi **automatici** per la sua risoluzione.
 - ▶ L'informatica diventa quindi anche **strumento**, oltre che **fine**.



Ottimizzazione e Informatica — Esempio I

Un'insegnante di informatica ha a sua disposizione 3 personal computers e deve tramite essi compilare i progetti presentati dai suoi 8 studenti. In ciascun PC è installato il software necessario a compilare ciascun progetto. L'insegnante conosce già i tempi necessari alla compilazione dei progetti, che sono rispettivamente di 3, 4, 4, 5, 5, 6 e 9 minuti. Si formuli il problema di allocare i progetti sulle tre macchine in modo da minimizzare il tempo necessario a completare la compilazione degli 8 progetti. Si tenga ovviamente conto del fatto che i 3 PC possono compilare i progetti in parallelo.

Ottimizzazione e Informatica — Esempio II

Un'azienda deve strutturare una rete di comunicazione in modo da garantire una banda di 100 Mbps tra una macchina A e una macchina B , che si trovano in due sedi diverse dell'azienda. Per mettere in comunicazione A e B , l'azienda può far passare i dati attraverso i router R_1, R_2, R_3, R_4 e alcune linee dati esistenti tra di essi, che però devono essere affittate. A si può supporre adiacente a R_1 , mentre B è adiacente a R_4 . Le capacità (in Mbps) u_{ij} e i costi di affitto (in Euro al Mbps) c_{ij} di ciascuna linea dati *monodirezionale* fra il router i e il router j (dove $i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$) sono riassunti di seguito:

$$\begin{array}{cccccc} u_{12} = 70 & u_{13} = 80 & u_{14} = 40 & u_{32} = 70 & u_{24} = 40 & u_{34} = 50 \\ c_{12} = 10 & c_{13} = 20 & c_{14} = 15 & c_{32} = 8 & c_{24} = 12 & c_{34} = 10 \end{array}$$

Si formuli il problema di minimizzare il costo complessivo di affitto delle linee di comunicazione.