

Argomenti di esame (a.a. 2022-23)

I numeri di pagina fanno riferimento alla numerazione riportata sulla pagine della versione PDF, e differiscono da quelli della versione cartacea.

1 Linguaggio modale e semantica

1.1 Linguaggio

- def. 1.1: \mathcal{L}^Φ , alfabeto del linguaggio modale enunciativo (pag. 1);
- def. 1.2: Fm^Φ , insieme delle formule ben formate di \mathcal{L}^Φ (pag. 1);
- def. 1.3: simboli logici ausiliari (pag. 2);
- def.: $lg(A)$, lunghezza della formula A (pag. 2);
- def.: $Sf(A)$, insieme delle sottoformule di A (pag. 2);
- def.: $A[D/p]$, sostituzione uniforme di D al posto di p in una fbf A (pag. 2).

1.2 Semantica per L^Φ

- 1.2.1 Strutture relazionali
 - def. 1.4: \mathcal{F} , struttura relazionale (pag. 3).
- 1.2.2 Modelli
 - def.: \mathcal{M} , (\mathcal{F} -)modello (pag. 4).
- 1.2.3 Verità e validità
 - def. 1.5: $\mathcal{M} \vDash_w A$, A è vera in un mondo w di \mathcal{M} (pag. 4);
 - def. 1.6: $\mathcal{M} \vDash A$, A è vera in un modello \mathcal{M} (pag. 4);
 - def. 1.7: $\mathcal{F} \vDash A$, A è valida su una struttura \mathcal{F} (pag. 4);
 - def. 1.8: $\vDash A$, A è valida (pag. 5);
 - def. 1.9: $\mathcal{C} \vDash A$, A è valida su una classe di strutture \mathcal{C} (pag. 5);
 - def. 1.10: $\Gamma \vDash_{\mathcal{C}} A$, A è conseguenza semantica di Γ rispetto a una classe di strutture \mathcal{C} (pag. 5);
 - def.: schema (pag. 5).

1.3 Schemi validi e non validi

- th.: validità delle tautologie classiche e di K (pag. 6).

1.4 Regole che conservano la validità

- th.: MP conserva la verità in un punto di un modello (pag. 7);
- th.: N conserva la verità in un modello (pag. 7);
- th.: SU conserva la validità su una struttura (pag. 8).

1.5 Cos'è una logica modale normale?

- def.: logica modale normale (pag. 9).

1.6 Chiusura riflessiva e transitiva

- def. 1.11: $\square^n (\diamond^n)$, applicare $\diamond (\diamond)$ n volte (pag. 10);
- def. 1.12: \mathcal{R}^n , poter accedere tramite \mathcal{R} in esattamente n passi (pag.10);
- def. 1.13: \mathcal{R}^* , chiusura riflessiva e transitiva di \mathcal{R} (pag. 10);
- lem. 1.14: sia S una relazione riflessiva e transitiva tale che $\mathcal{R} \subset S$. Allora $\mathcal{R}^* \subset S$ (pag. 10);
- oss. 1: il lemma 1.14 ci dice che \mathcal{R}^* è la più piccola relazione riflessiva e transitiva che estende \mathcal{R} ;
- lem. 1.15: $\square^n (\diamond^n)$ e \mathcal{R}^n (pag. 11).

2 Corrispondenza e non esprimibilità

- def. 2.1: A corrisponde a \mathcal{P} (pag. 13).

2.1 Risultati di corrispondenza

- th. 2.2: T corrisponde alla riflessività (pag. 15);
- th. 2.3: 4 corrisponde alla transitività (pag. 15);
- th. 2.4: D corrisponde alla serialità (pag. 15);
- th. 2.6: B corrisponde alla simmetria (pag. 16);
- th. 2.7: 5 corrisponde alla proprietà euclidea (pag. 16);
- th. 2.8: 2 corrisponde alla convergenza debole (pag. 16);
- th. 2.14: mnkj-Lemmon corrisponde alla proprietà mnkj-Lemmon (pag. 18).

2.2 Proprietà non esprimibili

- 2.2.1 Sottomodelli generati
 - def. 2.15: sottomodulo generato (pag. 19);
 - lem. 2.16: sottomodulo generato $\mathcal{M}^v \vDash_z A$ sse $\mathcal{M} \vDash_z A$ (pag. 19).
- 2.2.2 P-morfismi
 - def. 2.17: p-morfismo tra strutture (pag. 20);
 - def. 2.18: p-morfismo tra modelli (pag. 20);
 - lem. 2.19: p-morfismo fra modelli $\mathcal{M}_1 \vDash_w A$ sse $\mathcal{M}_2 \vDash_{f(w)} A$ (pag. 21);
 - def. 2.20: p-morfismo suriettivo (pag. 21);
 - def. 2.21: immagine p-morfa (pag. 21);
 - lem. 2.22: p-morfismo suriettivo fra modelli $\mathcal{M}_1 \vDash A$ sse $\mathcal{M}_2 \vDash A$ (pag. 21);
 - lem. 2.23: p-morfismo tra strutture implica p-morfismo fra modelli (p. 22);
 - lem. 2.24: p-morfismo suriettivo fra strutture (p. 22).
- 2.2.3 Proprietà non esprimibili
 - th. 2.25: la convergenza non è esprimibile (p. 23);
 - th. 2.26: la connessione non è esprimibile (p. 23);
 - th. 2.27: l'irriflessività non è esprimibile (p. 23);

– th. 2.28: l'antisimmetria non è esprimibile (p. 23).

3 Logiche modali normali

3.1 La logica K

- def.: K , logica modale normale minimale (pag. 25);
- def.: L , logica modale normale (pag. 25);
- def. 3.1: dimostrazione in L , profondità, teorema (pag. 25).

3.2 Alcune estensioni di K

- fig.: cubo delle logiche modali normali (pag. 31).

3.3 Validità

- def.: $\mathcal{F} \models L$, \mathcal{F} è una struttura per L (pag.33);
- def.: \mathcal{C}^L , classe delle strutture per L (pag. 33);
- def.: $\mathcal{C} \subset \mathcal{C}^L$, L è valida rispetto a \mathcal{C} (pag. 33);
- th. 3.8: validità di K (e completezza forte a lezione, entrambe senza dimostrazione) (pag. 34).

3.4 Modalità

- def. 3.11: modalità (pag. 35).

9 Sequenti etichettati

9.1 Nozioni introduttive

- def. 9.1: linguaggio etichettato (pag. 104);
- def. 9.2: sequente (pag. 105);
- def. 9.3: derivazione $\Gamma \Rightarrow \Delta$ (pag. 105).

9.2 Il calcolo G3.K

- tab. 9.1: regole logiche e sequenti iniziali (pag. 106);

9.3 Alcune estensioni di G3.K

- G3.T, G3.K4, G3.B, G3.K5 (pag. 108-109);
- G3.D, G3.K2 (pag. 109,110).

9.4 Elementi basi di metateoria

- def. 9.4: contesti, formule principali e formule attive (pag. 112);
- def. 9.5: lunghezza, profondità, n-derivabilità, ammissibilità e pp-ammissibilità (pag. 112);
- lem. 9.6: $G3.L \vdash w : A, \Gamma \Rightarrow \Delta, w : A$ (pag.112);

- def. 9.7: sostituzione etichette (pag.112);
- lem. 9.8: pp-ammissibilità regola sostituzione etichette (pag. 113).

9.5 Validità e completezza

- 9.5.1 Validità
 - def. 9.9: \mathcal{M} -realizzazione, verità di una formula, sequente verificato da \mathcal{M} -realizzazione, sequente L -valido (pag. 114);
 - th. 9.10: validità ($G3.L \vdash \Gamma \Rightarrow \Delta$ implica $\mathcal{C}^{\mathcal{L}} \vDash \Gamma \Rightarrow \Delta$) (pag. 114).
- 9.5.2 Completezza
 - def. 9.11: ramo L -saturo (pag. 117);
 - def. 9.12: costruzione L -albero (pag. 118);
 - def. 9.13: modello da un ramo L -saturo (pag. 119);
 - lem. 9.14: chiamato in classe truth lemma (pag. 119);
 - th. 9.15: completezza ($\mathcal{C}^{\mathcal{L}} \vDash \Gamma \Rightarrow \Delta$ implica $G3.L \vdash \Gamma \Rightarrow \Delta$) (pag. 120).

9.6 Proprietà strutturali

- lem. 9.16: pp-ammissibilità di LW e RW (pag. 121);
- cor. 9.17: ammissibilità necessitazione in $G3.L$ (pag. 122);
- lem. 9.18: pp-invertibilità di tutte le regole di $G3.L$ (pag. 122);
- th. 9.19: pp-ammissibilità di LC_R , LC e RC (pag. 123);
- th. 9.20: ammissibilità regola cesura/taglio/cut (pag. 124).

9.7 Decidibilità

- def. 9.23: derivazione minimale (pag. 127);
- prop. 9.24: etichette di una derivazione minimale (pag. 127);
- lem. 9.25: permutazione delle regole (pag. 128);
- cor. 9.26: $L\Box$ in una derivazione minimale (pag. 129).