



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Teoria dell'Impresa

Oligopolio

Emanuele Bacchiega

Teoria dell'Impresa



Giochi sequenziali

(PRNC, cap. 10)



Introduzione

- Scelte imprese: di norma *sequenziali*



Credits www.knaviation.net

- Imprese decidono in base a quanto già fatto (da loro stesse o da concorrenti) nel passato.
- *Giochi dinamici.*



Introduzione

Giochi dinamici: concetti fondamentali.

- **Sottogioco**: Parte di un gioco che in sé può rappresentare un gioco.
- Distinzione importante: **azione/strategia**.
- **Induzione a ritroso** → Equilibrio **perfetto nei sottogiochi**.



Differenziazione orizzontale

Città lineare, imprese scelgono *localizzazione*, poi *prezzi*.

- Consumatori $x \sim \mathcal{U}[0, 1]$
- Costo per consumatori: quadratico $t \times d^2$.
- Imprese situate a distanza a e $1 - b$ da estremi segmento.



Differenziazione orizzontale

Equilibrio perfetto nei sottgiochi: soluzione a ritroso.

$$\begin{aligned}V - p_1 - t(x^m - a)^2 &= V - p_2 - t(1 - b - x^m)^2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x^m &= a + \frac{1 - a - b}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t(1 - a - b)}\end{aligned}$$

- Domande:

$$D^1(a, b, p_1, p_2) = x^m$$

$$D^2(a, b, p_1, p_2) = 1 - x^m = b + \frac{1 - a - b}{2} + \frac{p_1 - p_2}{2t(1 - a - b)}.$$



Differenziazione orizzontale

Funzioni di profitto (costo marginale = c).

$$\Pi^1(a, b, p_1, p_2) = (p_1 - c)D^1(\cdot), \quad \Pi^2(a, b, p_1, p_2) = (p_2 - c)D^2(\cdot).$$



Differenziazione orizzontale

Ricerca *equilibrio perfetto nei sottogiochi* → induzione a ritroso → soluzione da ultimo stadio

- CPO sui prezzi:

$$\frac{\partial \Pi^1(\cdot)}{\partial p_1} = p_2 - 2p_1 + c - t[a^2 - (1 - b)^2] = 0,$$

$$\frac{\partial \Pi^2(\cdot)}{\partial p_2} = p_1 - 2p_2 + c - t[b^2 - (1 - a)^2] = 0.$$

- Funzioni miglior risposta:

$$p_1 = \frac{1}{2} \left\{ p_2 + c - t[a^2 - (1 - b)^2] \right\},$$

$$p_2 = \frac{1}{2} \left\{ p_1 + c - t[b^2 - (1 - a)^2] \right\}.$$



Differenziazione orizzontale

- Da sistema funzioni miglior risposta

$$p_1^*(a, b) = c + t(1 - b - a) \left(1 + \frac{a - b}{3} \right),$$

$$p_2^*(a, b) = c + t(1 - b - a) \left(1 + \frac{b - a}{3} \right).$$

- Sostituendo nei profitti

$$\Pi^1[a, b, p_1^*(a, b), p_2^*(a, b)] = [p_1^*(a, b) - c]D^1[(a, b, p_1^*(a, b), p_2^*(a, b))],$$

$$\Pi^2[a, b, p_1^*(a, b), p_2^*(a, b)] = [p_2^*(a, b) - c]D^2[(a, b, p_1^*(a, b), p_2^*(a, b))].$$



Differenziazione orizzontale

Scelta localizzazione: CPO

$$\frac{\partial \Pi^1(\cdot)}{\partial a} = \underbrace{\frac{\partial \Pi^1}{\partial a}}_{\text{Eff. diretto}} + \underbrace{\frac{\partial \Pi^1}{\partial p_1} \frac{\partial p_1^*}{\partial a}}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial \Pi^1}{\partial p_2} \frac{\partial p_2^*}{\partial a}}_{\text{Eff. strategico}}$$

- Effetto diretto: positivo.
- Effetto strategico: negativo.



Differenziazione orizzontale

Sostituendo nei profitti e semplificando si ottiene (imp. 1)

$$\Pi^1(\cdot) = \frac{t}{18}(3 + a - b)(3 + b^2 - 4b - 2a - a^2)$$

- Derivata rispetto ad a :

$$\frac{\partial \Pi^1(\cdot)}{\partial a} = -\frac{t}{18}(2 + a + 1 - b)(1 + 3a + b) < 0$$

- Effetto strategico *domina* effetto diretto.
 - Imp. 1 vuole allontanarsi il più possibile da 2 (stesso vale per imp. 2).
- Principio di **massima differenziazione**.



Differenziazione verticale

N consumatori, utilità indiretta:

$$U = \begin{cases} zs_i - p_i & \text{se acquista,} \\ 0 & \text{se non acquista.} \end{cases}$$

- $z \sim \mathcal{U}[0, 1]$
- p_i prezzo bene i .
- $s_i, i = 1, 2$ qualità oggettiva bene $i, s_i \in [0, s']$.
- Due imprese monoprodotto, 1 e 2.



Differenziazione verticale

Ipotizziamo $s_2 > s_1$

- Consumatore indifferente tra acquistare 1 e 2:

$$zs_2 - p_2 = zs_1 - p_1 \Leftrightarrow z = \frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1}.$$

- Consumatore indifferente tra acquistare 2 e non acquistare:

$$zs_1 - p_1 = 0 \Leftrightarrow z = \frac{p_1}{s_1}$$

- Domande:

$$D_2(p_1, p_2, s_1, s_2) = N \left(1 - \frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} \right),$$

$$D_1(p_1, p_2, s_1, s_2) = N \left(\frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1} - \frac{p_1}{s_1} \right).$$



Differenziazione verticale

Profitti imprese:

$$\Pi^1(p_1, p_2, s_1, s_2) = D_1(\cdot)p_1, \quad \Pi^2(p_1, p_2, s_1, s_2) = D_2(\cdot)p_2.$$

- CPO per i prezzi:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi^1(\cdot)}{\partial p_1} = 0 \Leftrightarrow p_1 = \frac{1}{2} \frac{s_1}{s_2} p_2, \\ \frac{\partial \Pi^2(\cdot)}{\partial p_2} = 0 \Leftrightarrow p_2 = \frac{1}{2} (p_1 + s_2 - s_1). \end{cases}$$

- Soluzione:

$$p_1^*(s_1, s_2) = \frac{s_1(s_2 - s_1)}{4s_2 - s_1}, \quad p_2^*(s_1, s_2) = \frac{2s_2(s_2 - s_1)}{4s_2 - s_1}$$



Differenziazione verticale

Sostituendo i prezzi nei profitti:

$$\Pi^1[p_1^*(\cdot), p_2^*(\cdot), s_1, s_2] = \frac{s_1 s_2 (s_2 - s_1)}{(4s_2 - s_1)^2} N$$

$$\Pi^2[p_1^*(\cdot), p_2^*(\cdot), s_1, s_2] = \frac{4s_2^2 (s_2 - s_1)}{(4s_2 - s_1)^2} N$$

- Scelta qualità impresa 2:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^2(\cdot)}{\partial s_2} &= \underbrace{\frac{\partial \Pi^2(\cdot)}{\partial p_2} \frac{\partial p_2^*}{\partial s_2}}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial \Pi^2(\cdot)}{\partial p_1} \frac{\partial p_1^*}{\partial s_2}}_{\text{Eff. strat.}} + \underbrace{\frac{\partial \Pi^2(\cdot)}{\partial s_2}}_{\text{Eff. dir.}} = \\ &= 4s_2 \frac{4s_2(s_2 - s_1) + 2s_1^2 + s_1 s_2}{(4s_2 - s_1)^3} N > 0 \end{aligned}$$



Differenziazione verticale

Impresa 2 sceglie $s_2^* = s'$

- Qualità impresa 1:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi^1(\cdot)}{\partial s_1} &= \underbrace{\frac{\partial \Pi^1(\cdot)}{\partial p_1} \frac{\partial p_1^*}{\partial s_1}}_{=0} + \underbrace{\frac{\partial \Pi^1(\cdot)}{\partial p_2} \frac{\partial p_2^*}{\partial s_1}}_{\text{Eff. strat.}} + \underbrace{\frac{\partial \Pi^1(\cdot)}{\partial s_1}}_{\text{Eff. dir.}} = \\ &= \frac{s_2^2(4s_2 - 7s_1)}{(4s_2 - s_1)^3} N = 0 \Rightarrow s_1 = \frac{4}{7}s_2\end{aligned}$$

- Impresa 1 sceglie qualità "intermedia" $s_1^* = \frac{4}{7}s'$.



Stackelberg: conc. nella quantità

Domanda: esiste "vantaggio della prima mossa"?

- Modello di Cournot a 2 imprese con *scelta sequenziale* quantità.
- Ruolo centrale: **credibilità scelta**.
- Domanda $P = A - BQ$, con $Q = q_1 + q_2$.
- $C_i(q_i) = cq_i, i = 1, 2$.



Stackelberg: conc. nella quantità

Impresa 1: *leader*, impresa 2: *follower*.

- 2: *razionale*: scelta migliore dato quello che farà 1.

$$\max_{q_2} (A - Bq_2 - c)q_2 \Leftrightarrow q_2(q_1) = \frac{A - c}{2B} - \frac{q_1}{2}.$$

- 1: *razionale* $\rightarrow P = \frac{A+c}{2} + \frac{B}{2}q_1$.

$$\max_{q_1} \Pi_1[q_1, q_2(q_1)] \Leftrightarrow q_1^* = \frac{A - c}{2B}.$$

- $Q^S = \frac{3(A-c)}{4B} > \frac{2(A-c)}{3B}$.



Stackelberg: quantità

Leader produce più di Follower $\rightarrow \Pi_1^S > \Pi_2^S$

- Informazione *perfetta* per Follower \rightarrow svantaggio.
- Ruolo di **irreversibilità scelta di Leader**.
- In Cournot $\frac{(A-c)}{2B}$ **non** è risposta ottimale a $\frac{A-C}{4B}$.



Conc. seq. prezzi

Se beni omogenei esito del gioco simultaneo.

- **Hotelling** con imprese in 0 e 1.
- Costi trasporto *lineari*

$$x^m(p_1, p_2) = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}.$$

•

$$D^1(\cdot) = N \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}, \quad D^2(\cdot) = N \frac{p_1 - p_2 + t}{2t}.$$



Conc. seq. prezzi

Impresa 1: Leader. Conosce $p_2(p_1) = \frac{p_1 + c + t}{2}$.

- Domanda per 1:

$$D^1[p_1, p_2(p_1)] = N \frac{c + 3t - p_1}{4t}.$$

- Profitto

$$\Pi^1[p_1, p_2(p_1)] = N \frac{c + 3t - p_1}{4t} (p_1 - c).$$

- CPO per 1:

$$\frac{d\Pi^1[\cdot]}{dp_1} = 0 \Rightarrow p_1^* = c + \frac{3}{2}t.$$

- Prezzo ottimale per 2: $p_2^* = c + \frac{5}{4}t$



Conc. seq. prezzi

Concorrenza simultanea vs. sequenziale

- Livello dei prezzi più elevato con concorrenza sequenziale
- Impresa 2: prezzo *minore* di 1 → quota di mercato maggiore ($\frac{5}{8}N$)
- Impresa 2: profitti *maggiori* di 1 → **vantaggio della seconda mossa.**
- Vantaggio prima o seconda mossa: Ruolo **credibilità.**



Giochi dinamici: credibilità

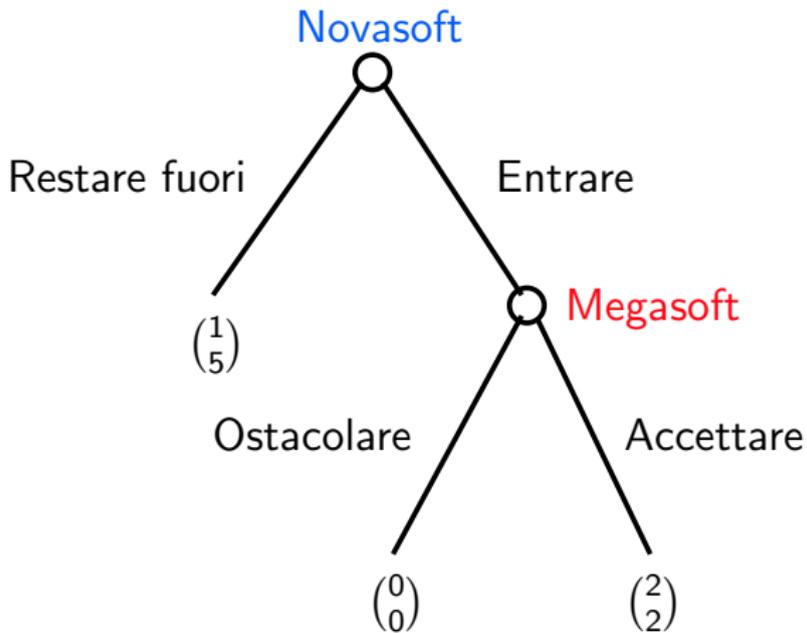
Consideriamo il seguente gioco d'entrata:

| | | Megasoft | |
|----------|---------------|------------|-----------|
| | | Ostacolare | Accettare |
| Novasoft | Entrare | 0,0 | 2,2 |
| | Restare fuori | 1,5 | 1,5 |

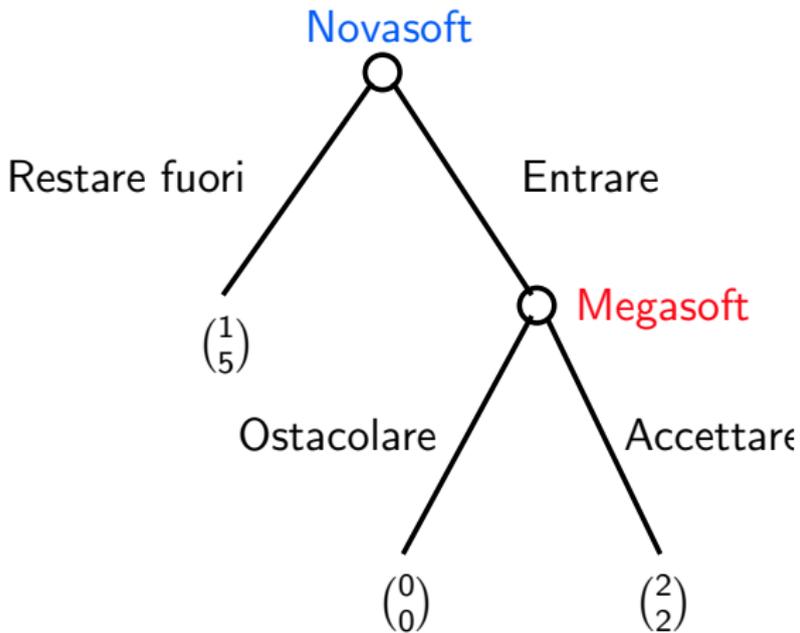
- Due equilibri di Nash: (Entrare, Accettare) e (Restare fuori, Ostacolare)
- Uno solo perfetto nei sottogiochi.



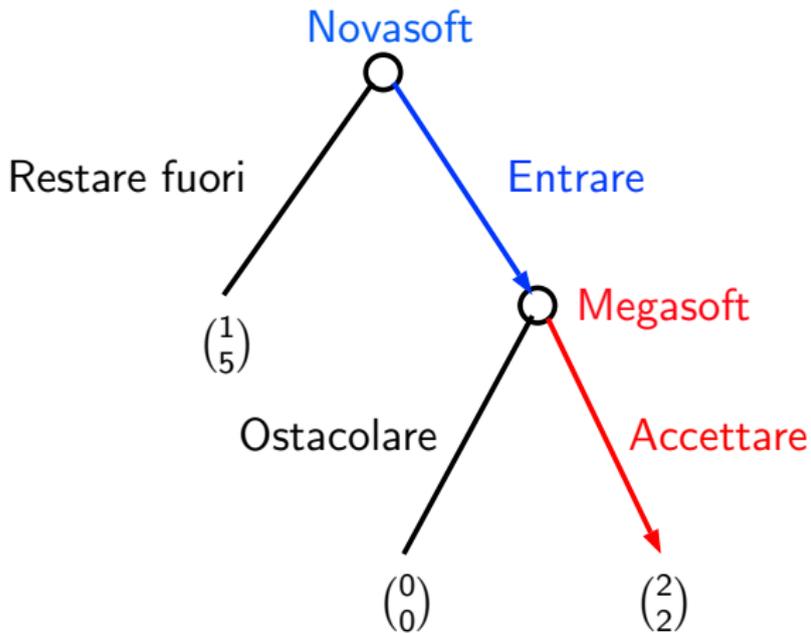
Giochi dinamici: credibilità



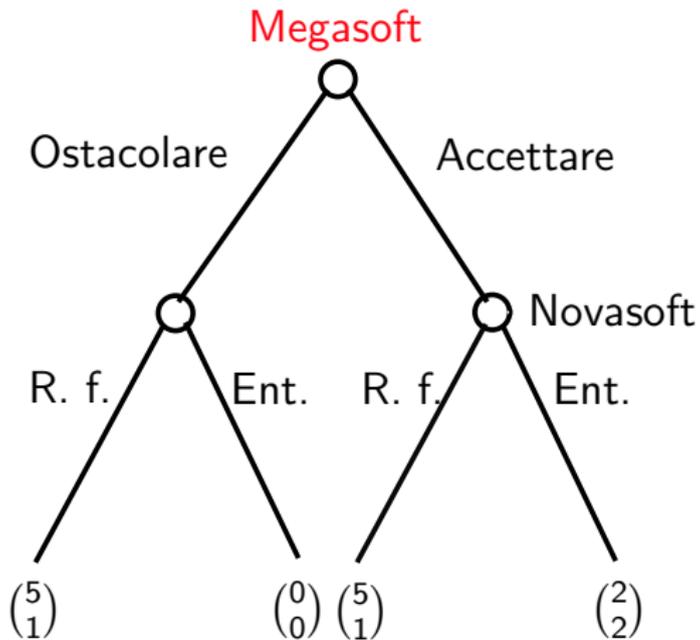
Giochi dinamici: credibilità



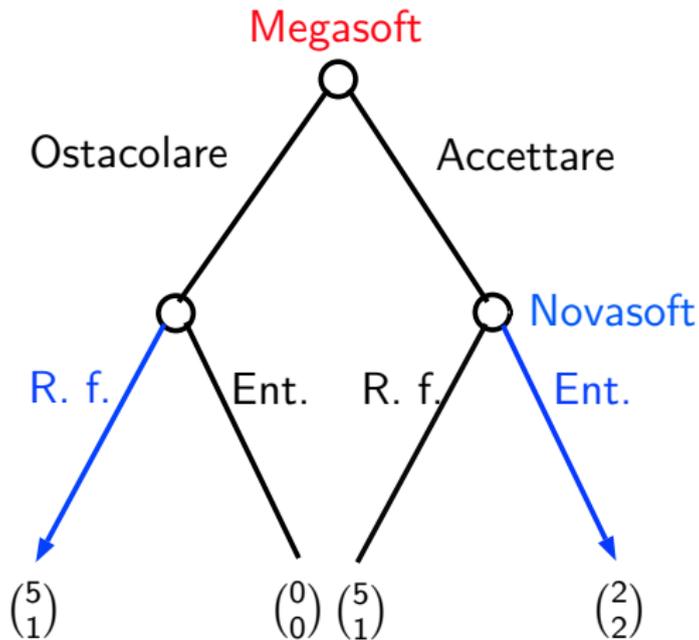
Giochi dinamici: credibilità



Giochi dinamici: credibilità



Giochi dinamici: credibilità



Giochi dinamici: credibilità

