

2.

$$\frac{x \notin \text{dom}(\text{top}(n))}{\Gamma, n \vdash T x : \Gamma[(x \rightarrow \emptyset, u)], n+1}$$

$$\frac{}{\Gamma, n \vdash x = e : \Gamma[(x \rightarrow T, n)], n}$$

$$\frac{}{\Gamma, n \vdash e_1 + e_2 : \Gamma[n \rightarrow n]}$$

$$\frac{}{\Gamma, n \vdash e_1 + e_2 : \Gamma[n \rightarrow n]}$$

$$\frac{}{\Gamma, n \vdash e_1 + e_2 : \Gamma[n \rightarrow n]}$$

seq, while, ...

3

$$\frac{\frac{\frac{x \in \text{dom}(n)}{\Gamma, [] \vdash \text{int } x : \Gamma^1} \quad \frac{\frac{y \in \text{dom}(n)}{\Gamma^1 \vdash \text{int } y : \Gamma^2} \quad \frac{\frac{\Gamma^2 \vdash s : \text{int}}{\Gamma^2 \vdash y = s : \Gamma^3} \quad \frac{\frac{x \in \text{dom}(n)}{\Gamma^3 \vdash 3+0 : \text{int}} \quad \frac{\frac{\Gamma^3 \vdash 3+y : \text{int}}{\Gamma^3 \vdash 3+xy : \Gamma^4} \quad \frac{\frac{\Gamma^4 \vdash (x \rightarrow \text{int})}{\Gamma^4 \vdash 3+xy : \Gamma^5}}{\Gamma^4 \vdash 3+xy : \Gamma^5}}{\Gamma^4 \vdash 3+xy : \Gamma^5}}{\Gamma^4 \vdash 3+xy : \Gamma^5}}{\Gamma^4 \vdash 3+xy : \Gamma^5}}$$

$$\Gamma \vdash \text{let int } x; \text{int } y; \text{int } y = s; x = 3+y$$

$$\frac{}{\Gamma \vdash \text{let dec : } \Gamma \vdash \text{stm}}$$

$$\frac{}{\Gamma \vdash T x}$$

Si considera la seguente grammatica (scritta in ANTLR)

```
prog : ('let' dec 'in' stm);
dec : ('int' Id ';'*)+;
typ : 'double';
exp : Integers | Id | exp '+' exp ;
stm : (Id '=' exp ';' ;)*;
```

- gli Integers sono sequenze non vuote di cifre prefissate dal segno + o -;
- gli Id sono gli identificatori (sequenze non vuote di caratteri);

- l'espressione di sequenza "x" è overflooded, cioè in  $x+0$  se x è un intero, altrimenti è un numero reale;
- l'espressione di sequenza "x" è overflooded, cioè in  $x+0$  se x è un intero, altrimenti è un numero reale;
- se x è intero, x+0 è equivalente allo stesso valore di x;
- se x è intero, x+0 è equivalente allo stesso valore di x prima di essere incrementato di 1;

Kerodon

1. scrivere il codice di inferenza per la verifica dei tipi del linguaggio di sotto;
2. INGRIGGIAMENTO: La regola di inferenza del programma riceve un tipo nel linguaggio interno e calcola aggiungendo i suoi suffetti " $\times$ " (distributore " $\times$ ") oppure " $x =$ " (iniezione " $=$ ")-

2. scrivere, scrivendo l'albero di prove, che il programma seguito sia correttamente tipato:

let double x; int y; in y = 5.4; x = 3+y;

3. scrivere un programma che non sia tipabile nel sistema definito e spiegare il motivo

$$\frac{}{\Gamma \vdash \text{num} : \text{int}}$$

$$\frac{}{\Gamma \vdash \text{num} : \text{double}}$$

$$\frac{\frac{\frac{+ : \text{int} \times \text{int} : \text{int}}{\Gamma \vdash e_1 : \text{int}} \quad \frac{\frac{+ : \text{int} \times \text{int} : \text{int}}{\Gamma \vdash e_2 : \text{int}}}{\Gamma \vdash e_1 + e_2 : \text{int}}}{\Gamma \vdash e_1 + e_2 : \text{double}}$$

$$\frac{\frac{T_1 = T_2}{\Gamma \vdash x : T_1} \quad \frac{T_1 = T_2}{\Gamma \vdash e : T_2}}{\Gamma \vdash x = e; \quad \Gamma \vdash x = (\tau) e}$$

Si consideri la seguente grammatica (scritta in ANTLR)

```
prog : ('let' dec 'in' stm);
dec : ('int' Id ';'*)+;
exp : Integers | Id | exp '+' exp ;
stm : (Id '=' exp ';' ;)*;
```

dove

- gli Integers sono sequenze non vuote di cifre prefissate dal segno + o -;
- gli Id sono gli identificatori (sequenze non vuote di caratteri);

Esercizi

1. (punti 2) completare l'input di ANTLR con le regole per l'analizzatore lessicale che riguardano Integers e Id;

2. (punti 9) dare tutte le regole di inferenza per verificare l'uso di identificatori non inizializzati. Ad esempio  $\text{let int } x; \text{int } y; \text{in } x = 3 + y;$  è un programma errato, secondo l'analisi semantica. L'analisi semantica ritorna anche informazioni sull'offset degli identificatori (vedi punto 4).

3. (punti 4) verificare, scrivendo l'albero di prova, che il programma seguente sia correttamente tipato:

let int x; int y; in y = 5; x = 3 + y;

$$\frac{\frac{\frac{x \in \text{dom}(n)}{\Gamma, [] \vdash \text{int } x : \Gamma^1} \quad \frac{\frac{y \in \text{dom}(n)}{\Gamma^1 \vdash \text{int } y : \Gamma^2} \quad \frac{\frac{\Gamma^2 \vdash g : \text{int}}{\Gamma^2 \vdash g = d : \text{int}} \quad \frac{\frac{\Gamma^2 \vdash g = d : \text{int}}{\Gamma^2 \vdash g = 5.4 : \text{double}}}{\Gamma^2 \vdash y = 5.4 : \text{double}}}{\Gamma^2 \vdash y = 5.4 : \text{double}}}{\Gamma^2 \vdash y = 5.4 : \text{double}}}{\Gamma \vdash \text{let double } x; \text{int } y; \text{in } y = 5.4; x = 3+y}$$

```

prg : dec* exp ;
dec : type ID '=' exp ';' | type ID '(' fPar ')' '=' exp ';' ;
fPar : type ID (',', type ID)* ;
exp : NUM | ID | ID '(' exp (',', exp)* ')' | exp '+' exp | exp '&&' exp ;

```

$$\frac{\Pi \vdash dec : \Gamma' \quad \Gamma' \vdash exp}{\Gamma \vdash dec \ exp} \text{ [PRG]}$$

$$\frac{x \notin \text{dom}(\text{typ}(\Gamma)) \quad \Pi \vdash exp : T' \quad T = T'}{\Gamma \vdash T x = exp : \Gamma[x \rightarrow T]} \quad \frac{\Gamma \vdash d : \Gamma' \quad \Gamma' \vdash D : \Gamma'' \text{ [dec*]}}{\Gamma \vdash d.D : \Gamma''}$$

$$\frac{\Gamma[x_1 \rightarrow T_1 \dots x_n \rightarrow T_n] \vdash exp : T' \quad T = T' \quad \& \notin \text{dom}(\text{typ}(\Gamma))}{\Gamma \vdash T f(x_1 \dots x_n) = exp : \Gamma[f \rightarrow T_1 x_1 \dots x_n \rightarrow T]} \rightarrow \frac{\Pi \vdash fPar : \Pi' \quad \Pi' \vdash exp ..}{\Pi \vdash T f(Fpar) ...}$$

$$\frac{x \notin \text{dom}(\text{typ}(\Gamma)) \quad \Gamma \vdash d : \Gamma' \quad \Gamma' \vdash D : \Gamma'' \text{ [fpar*]}}{\Gamma \vdash T x : \Gamma' \quad \Gamma \vdash d.D : \Gamma''}$$

$$+ := \text{int} \times \text{int} \rightarrow \text{int}$$

$$\frac{}{\Gamma \vdash \text{NUM} : \text{int}}$$

$$\frac{}{\Gamma \vdash \text{id} : \Gamma}$$

$$\frac{\Gamma \vdash exp_1 : \text{int} \quad \Gamma \vdash exp_2 : \text{int}}{\Gamma \vdash exp_1 + exp_2 : \text{int}}$$

$$\& := \text{bool} \times \text{bool} \rightarrow \text{bool}$$

$$\frac{\Gamma \vdash exp_1 : \text{bool} \quad \Gamma \vdash exp_2 : \text{bool}}{\Gamma \vdash exp_1 \& exp_2 : \text{bool}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash f : T_1 x_1 \dots x_n \rightarrow T \quad (\Gamma \vdash x_i : T_i)_{i=1..n} \quad (T_i = T_i^1)_{i=1..n}}{\Gamma \vdash f(x_1 \dots x_n) : T}$$

13 luglio 2022

$$\frac{\vdots \quad \Pi \vdash \text{prog}}{\emptyset \vdash \text{prog}}$$

: [prog]

$\Pi \vdash \text{prog}$  [main]

$\Pi$  con tipi delle funzioni

$\emptyset \vdash \text{prog}$  premessa dell'albero

$\int z = 3$   
 $\int f(\int x) = g(x, z) + 1$   
 $\int g(\int u, \int v) = f(u+v)$   
 $f(1) + g(2, z)$

$$\frac{\Gamma \vdash g : \text{int} \times \text{int} \rightarrow \text{int} \quad \Gamma \vdash x : \text{int}}{x \in \text{dom}(\text{top}(\Gamma)) \quad \Gamma \vdash g(x, z) : \text{int} \quad \Gamma \vdash z : \text{int} + \text{int}...}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \text{int } z = 3 : \Gamma' \quad \Gamma' \vdash \text{int } f(\text{int } x) = g(x, z) + 1 : \Gamma'}{\Gamma \vdash \text{int } z = 3 ; \text{int } f(\text{int } x) = g(x, z) + 1 : \Gamma}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \text{int } z = 3 ; \text{int } f(\text{int } x) = g(x, z) + 1 : \Gamma}{\Gamma \vdash \text{int } z = 3 ; \text{int } f(\text{int } x) = g(x, z) + 1 ; \text{int } g(\text{int } u, \text{int } v) = f(u+v) ; \text{int } f(1) + g(2, z) : \Gamma}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \text{int } z = 3 ; \text{int } f(\text{int } x) = g(x, z) + 1 ; \text{int } g(\text{int } u, \text{int } v) = f(u+v) ; \text{int } f(1) + g(2, z) : \Gamma}{\emptyset \vdash \text{int } z = 3 ; \text{int } f(\text{int } x) = g(x, z) + 1 ; \text{int } g(\text{int } u, \text{int } v) = f(u+v) ; \text{int } f(1) + g(2, z) : \Gamma}$$

$$\frac{\Gamma \vdash f : \text{int} \rightarrow \text{int} \quad \Gamma \vdash g : \text{int} \times \text{int} \rightarrow \text{int} \quad \Gamma \vdash z : \text{int}}{\Gamma \vdash f(z) : \text{int} \quad \Gamma \vdash g(z, z) : \text{int}}$$

$$\frac{\Gamma \vdash f(z) : \text{int} \quad \Gamma \vdash g(z, z) : \text{int}}{\Gamma \vdash f(1) + g(2, z) : \text{int}}$$